

E. Problèmes se ramenant à une (in)équation du second degré

(1) Exemple

La résolution d'un problème passe par 4 étapes :

- 1° Choix des inconnues
- 2° Mise en équation
- 3° Résolution de l'équation
- 4° Retour à la solution du problème. Réponse par une phrase.

Note : Une solution de l'équation ne convient pas nécessairement comme solution du problème.

Exemple : On achète pour 40 € d'essence à une station-service. On s'aperçoit qu'à une autre station, le prix du litre d'essence est inférieur de 0,10 €. On aurait ainsi pu obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel était le prix de l'essence à la première station ?



Suivre le lien : <https://bit.ly/3IAuQcQ>

(2) Exercices

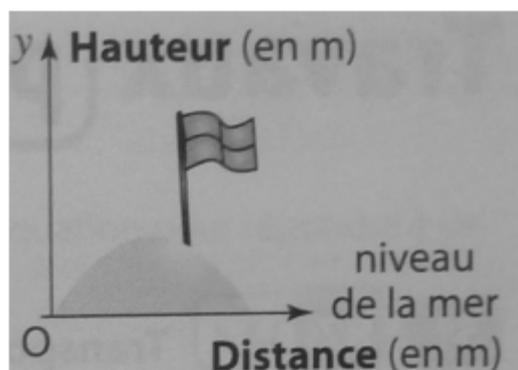
1. Suivre ce lien : <https://bit.ly/3bayhrM>



2. Durant l'été, des enfants se sont lancé le défi d'aller planter un drapeau sur une dune à au moins 200 m au-dessus du niveau de la mer.

Dans le repère ci-contre, le profil de la dune est donné par l'équation $y = -\frac{1}{1600}x^2 + x$.

Détermine les abscisses des points où le drapeau peut être planté.



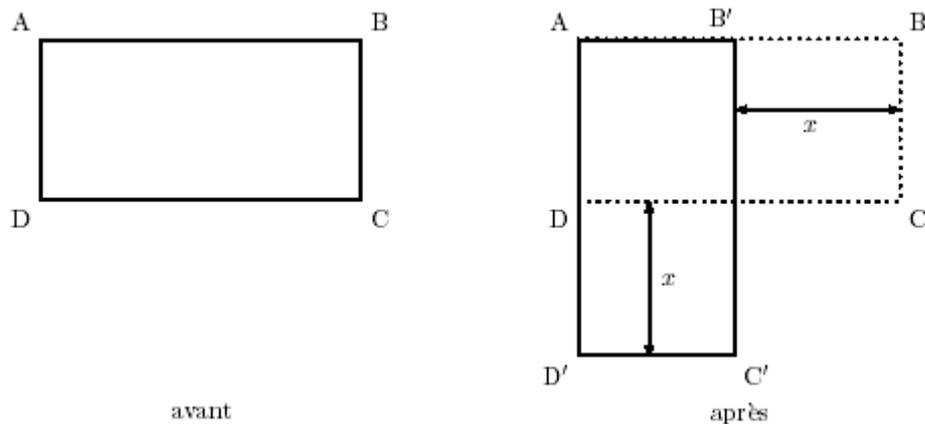
3. Un météorologue a déterminé que la température T (en °F) pour une certaine période de 24 heures en hiver est donnée par la formule

$$T(t) = \frac{1}{20}t(t-12)(t-24) \text{ pour } 0 \leq t \leq 24$$

où t est le temps en heures avec $t=0$ correspondant à 6 heures du matin.

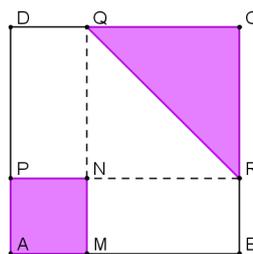
A quelles(s) heure(s) de la journée la température est-elle strictement positive ?

4. Pour réduire la circulation des véhicules dans le centre d'une petite ville, la municipalité envisage de construire une déviation. Les propriétaires des terrains situés dans la zone où passera la déviation sont prévenus de ce projet. On propose au propriétaire d'un terrain rectangulaire $ABCD$ d'une longueur de 20 mètres et d'une largeur de 10 mètres, de modifier son terrain en retirant x mètres à la longueur et en ajoutant x mètres à la largeur comme l'indiquent les figures ci-dessous. Il deviendrait alors propriétaire d'un nouveau terrain rectangulaire.



Pour quelles valeurs de x le propriétaire obtient-il un nouveau terrain d'aire supérieure à l'aire de l'ancien terrain ?

5. On considère un carré $ABCD$ de 4 cm de côté et un point M mobile sur le segment $[AB]$. On construit le carré $AMNP$ et le triangle CQR comme sur la figure. Où placer le point M pour que l'aire de la partie coloriée soit supérieure ou égale à la moitié de celle du carré $ABCD$?



Le saviez-vous ?

La forme parabolique est souvent utilisée en architecture (bâtiments, ponts, barrages, ...) car elle permet une meilleure répartition des contraintes sur l'ouvrage.

Ci-contre : le hangar à dirigeables d'Ecausseville en France



Pour chercher :



1. Dans son autobiographie *Vie de Henry Brulard*, Stendhal raconte qu'il a été impressionné par la puissance de l'algèbre lorsqu'il a découvert un des premiers problèmes présentés par Euler dans *Introduction à l'algèbre*. Le voici :

Deux paysannes ont apporté au marché ensemble 100 œufs. L'une d'elles avait un plus grand nombre d'œufs que l'autre, mais toutes deux ont reçu la même somme.

La première dit alors à la seconde : "Si j'avais eu tes œufs, j'aurais reçu 15 kreutzers¹¹".

L'autre a répondu : "et si moi, j'avais eu tes œufs, j'aurais reçu 6 kreutzers et $\frac{2}{3}$ ".

Combien d'œufs avait chaque paysanne ?

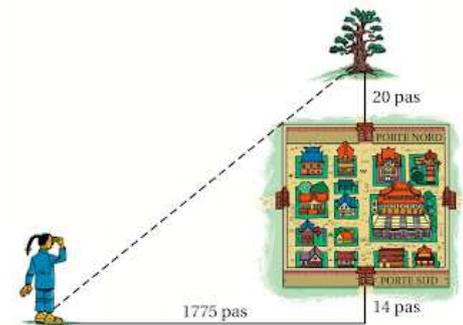
Sol : La première paysanne avait 40 œufs, l'autre en avait 60.

2. Une ville carrée de dimension inconnue comprend une porte au milieu de chaque côté.

A l'extérieur de la ville, 20 pas après la sortie Nord se trouve un arbre.

Si tu quittes la ville par la porte Sud, marche 14 pas vers le Sud puis 1775 pas vers l'Ouest et tu commenceras tout juste à apercevoir l'arbre.

Cherche les dimensions de la ville.



D'après le « Jiuzhang suanshu » ou les « Neuf chapitres sur l'art du calcul », ouvrage chinois de 200 avant JC composé de 246 problèmes ayant pour but de fournir des méthodes pour résoudre les problèmes quotidiens de l'ingénierie, de l'arpentage, du commerce et de la fiscalité.

Sol : 250 pas

¹ Ancienne unité monétaire ayant eu cours en Europe, en particulier dans certains Etats du Saint-Empire romain germanique